ملخص الوحدة الثانية — الدوال

ملخص قوي شامل وقصير: القوانين والقواعد وخطوات الحل، من ملخص الكتاب (قائمة التحقّق من التعلّم والفهم) بنصّه.

أولًا: القوانين والقواعد (من قائمة التحقّق في الكتاب بنصّها)

- الدالة هي علاقة بين مجموعتين بحيث يرتبط كل عنصر من المجموعة الأولى بعنصر واحد فقط من عناصر المجموعة الثانية.
- قد تكون الدالة واحد إلى واحد أو متعدّد إلى واحد.
- تُسمّى مجموعة المدخلات مجال الدالة.
- تُسمّى مجموعة المخرجات مدى الدالة.

تركيب الدوال:

- (د ∘ هـ)(س) تعني إجراء الدالة هـ بدل س في د ، ثم إجراء د على الناتج.
- تكون (د ∘ هـ)(س) موجودة (فقط) عندما يكون مدى هـ متضمَّنًا في مجال د.
- بصورة عامة، (د ∘ هـ)(س) ≠ (هـ ∘ د)(س).

الدوال العكسية:

- الدالة العكسية للدالة د(س) هي دالة تعكس ما تقوم به الدالة د(س).
- (د ∘ د$^{-1}$)(س) = (د$^{-1}$ ∘ د)(س) = س ؛ أو إذا ص = د(س) فإن س = د$^{-1}$(ص).
- تُكتب الدالة العكسية للدالة د(س) في صورة د$^{-1}$(س).
- **خطوات إيجاد الدالة العكسية:** الخطوة ١: اكتب الدالة في صورة ص = ؛ الخطوة ٢: بادل بين المتغيّرين س ، ص ؛ الخطوة ٣: أوجد ص بدلالة س.
- مجال د$^{-1}$(س) هو مدى د(س) ، ومدى د$^{-1}$(س) هو مجال د(س).
- يمكن إيجاد الدالة العكسية د$^{-1}$(س) إذا كانت د(س) دالة واحد إلى واحد فقط.
- منحنى د$^{-1}$(س) هو انعكاس لمنحنى د(س) حول المستقيم ص = س.
- إذا كان د(س) = د$^{-1}$(س) فتسمّى الدالة د عكسية لنفسها، ويكون (د ∘ د)(س) = س ، ومنحناها متماثلًا حول المستقيم ص = س.

ملخص الوحدة الثانية (تابع)

ثانيًا: أهم الدروس

• ٢-١ تعريف الدوال ومجالها ومداها: معنى العلاقة والدالة، واحد إلى واحد ومتعدد إلى واحد، اختبار المستقيم الرأسي، إيجاد المجال والمدى.

• ٢-٢ الدوال المركّبة: ترتيب إجراء الدالتين، تقييم (د ∘ هـ)(س) عدديًّا وجبريًّا، وشرط وجود التركيب.

• ٢-٣ الدوال العكسية: خطوات الإيجاد الثلاث، والتحقّق بأن (د ∘ د$^{-1}$)(س) = س.

• ٢-٤ منحنى الدالة ومنحنى دالتها العكسية: الانعكاس حول المستقيم ص = س ، والدالة العكسية لنفسها.

ثالثًا: أهم المسائل في المذكرة

• أمثلة ٢-١ وتمارينها: تحديد ما إذا كانت العلاقة دالة، وإيجاد المجال والمدى من المخططات والقواعد.

• أمثلة ٢-٢ (٧ ، ٨ ، ٩) وتمارينها: إيجاد (د ∘ هـ)(س) و (هـ ∘ د)(س) وتقييمهما عند عدد.

• أمثلة ٢-٣ (١٠ ، ١١) وتمارينها: إيجاد د$^{-1}$(س) بالخطوات الثلاث والتحقق بالتركيب.

• أمثلة ٢-٤ وتمارينها: رسم منحنى الدالة العكسية بالانعكاس حول ص = س.

أهم المسائل — مراجعة نهاية الوحدة:

• تمارين مراجعة نهاية الوحدة الثانية كاملة.

خالد كمال
khaled-math.surge.sh

رابعًا: مسائل متوقَّعة في الاختبار — توقّع استرشادي من الكتاب والمنهج فقط، وليست معلومة مؤكدة عن الامتحان:

• إيجاد الدالة العكسية د$^{-1}$(س) والتحقق منها بتركيب الدالتين.

• تقييم دالة مركّبة عند قيمة عددية، وإيجاد صورة (د ∘ هـ)(س) المبسّطة.

• إيجاد مجال دالة ومداها (ومنها ما فيه مقام أو جذر) وتحديد ما إذا كانت واحد إلى واحد.

• الحكم على علاقة معطاة (مخطط أسهم أو تمثيل بياني) هل هي دالة باستخدام اختبار المستقيم الرأسي.

• رسم منحنى الدالة العكسية انعكاسًا حول المستقيم ص = س ، والتعرّف على الدالة العكسية لنفسها.

خالد كمال
khaled-math.surge.sh