ملخص الوحدة الأولى — المعادلات والمتباينات والدوال التربيعية

ملخص قوي شامل وقصير: القوانين والقواعد وخطوات الحل، من الكتاب ومحتوى المذكرة نفسها.

أولًا: القوانين والقواعد

• الصورة العامة للدالة التربيعية: د(س) = أ س^{٢} + ب س + جـ ، حيث أ ≠ ٠ ، ومنحناها يسمّى القطع المكافئ. إذا كانت أ > ٠ فللمنحنى نقطة صغرى، وإذا كانت أ < ٠ فللمنحنى نقطة عظمى، ونقطة الانعطاف تسمّى النقطة الحرجة (رأس المنحنى)، والمنحنى متماثل حول محور التماثل.

• التحليل إلى عوامل: إذا كان ل ك = ٠ فإن ل = ٠ أو ك = ٠.

• إكمال المربع: س^{٢} + ب س + جـ = (س + $\frac{ب}{٢}$)^{٢} + جـ − $\frac{ب^{٢}}{٤}$ ؛ ورأس المنحنى عند س = − $\frac{ب}{٢أ}$ ، وتكون القيمة عظمى أو صغرى حسب إشارة أ.

• **نتيجة ١:** يمكن كتابة المتباينة التربيعية في الصورة أ س^{٢} + ب س + جـ □ ٠ حيث □ أحد الرموز ≥ ، ≤ ، > ، < ؛ ومجموعة الحلّ هي قيم س التي تحقّق المتباينة، ويمكن إيجادها باستخدام التمثيل البياني للدالة.

• **نتيجة ٢:** مميّز المعادلة أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠ هو ب^{٢} − ٤أجـ.

• **نتيجة ٣:** ب^{٢} − ٤أجـ > ٠ : جذران حقيقيان مختلفان (نقطتا تقاطع) ؛ ب^{٢} − ٤أجـ = ٠ : جذران متساويان (المستقيم مماسّ) ؛ ب^{٢} − ٤أجـ < ٠ : لا جذور حقيقية (لا تقاطع).

خالد كمال
khaled-math.page.sh

ثانيًا: أهم الدروس

• ١-١ حلّ المعادلات التربيعية بالتحليل إلى عوامل: أعد ترتيبها في الصورة العامة ثم حلّل واستخدم خاصية الصفر.

• ١-٢ القيم العظمى والقيم الصغرى: أكمل المربع لتحديد الرأس، وحدّد النوع من إشارة أ — أساس المسائل الكلامية (أكبر مساحة، أقصى ارتفاع، أقصى ربح).

• ١-٣ المتباينات التربيعية: اجعل الطرف الآخر صفرًا، حلّل، وحدّد مجموعة الحل من الإشارة أو التمثيل البياني.

• ١-٤ جذور المعادلة التربيعية: طبيعة الجذور من المميّز، وإيجاد قيم الثوابت المجهولة.

• ١-٥ حلّ المعادلات الآنية (خطية وتربيعية): عبّر عن أحد المتغيّرين من المعادلة الخطية وعوّض في التربيعية، وتحقّق من النواتج.

• ١-٦ التقاطع بين مستقيم ومنحنى: ساوِ الدالتين وافحص مميّز المعادلة الناتجة (تقاطعان / مماس / لا تقاطع).

ملخص الوحدة الأولى (تابع)

ثالثًا: أهم المسائل في المذكرة

• أمثلة ١-١ (التحليل إلى عوامل مع إعادة الترتيب والقسمة على العامل المشترك) وتمارين ١-١.

• أمثلة ١-٢ (إكمال المربع والقيم العظمى والصغرى وإحداثيات رأس المنحنى) وتمارين ١-٢.

• مثال ١١ (حلّ المتباينة $س^{٢} - ٣س - ٤ > ٠$) وتمارين ١-٣.

• أمثلة المميّز في ١-٤ (طبيعة الجذور وقيم الثوابت) وتمارين ١-٤.

• أمثلة ١-٥ و ١-٦ (المعادلات الآنية، ونقاط التقاطع والمماس) وتمارينهما.

أهم المسائل — مراجعة نهاية الوحدة:

• مراجعة نهاية الوحدة (س١-٢٣): خصوصًا المسائل الكلامية س٢٠-٢٣ (ارتفاع كرة، ارتفاع طائر، أكبر مساحة غرفة، أكبر ربح) وس٦ وس١٠ (رسم المنحنى وإحداثيات التقاطع مع المحورين).

خالد كمال
khaled-math.sa

رابعًا: مسائل متوقَّعة في الاختبار — توقّع استرشادي من الكتاب والمنهج فقط، وليست معلومة مؤكدة عن الامتحان:

- مسألة كلامية على القيمة العظمى أو الصغرى (أكبر مساحة، أقصى ارتفاع، أقصى ربح) بإكمال المربع أو باستخدام س = − $\frac{ب}{٢أ}$.
- إيجاد قيمة ثابت (ك أو ل) تجعل للمعادلة جذرين حقيقيين مختلفين / متساويين، أو تجعل المستقيم مماسًّا للمنحنى.
- حلّ متباينة تربيعية وكتابة مجموعة حلّها.
- حلّ معادلتين آنيتين (خطية وتربيعية) وإيجاد إحداثيات نقاط التقاطع.
- رسم منحنى دالة تربيعية محدّدًا الرأس ونقاط التقاطع مع المحورين.

خالد كمال
khaled-math.surge.sh